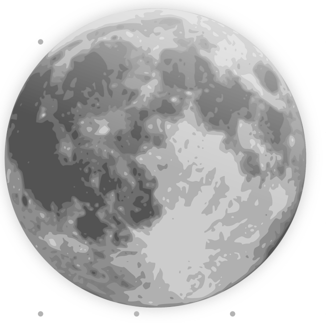
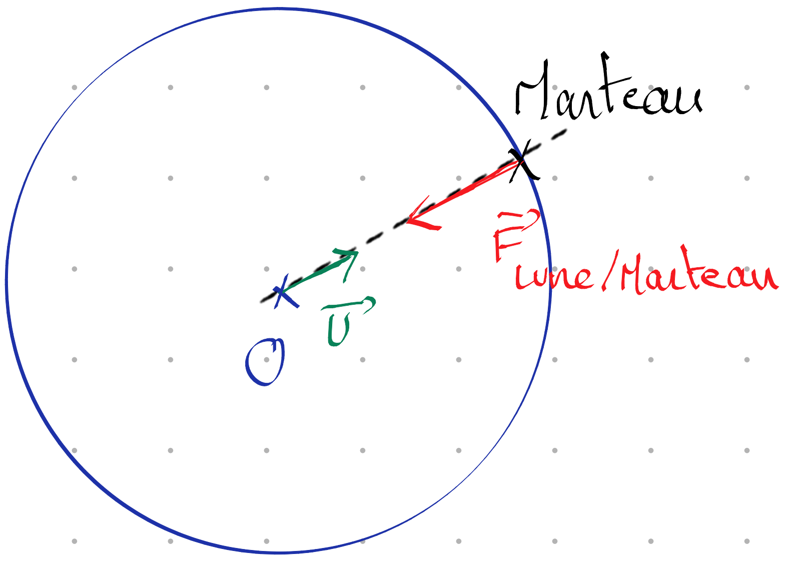
Masse de la Lune



1.



$$\vec{F}_{Lune/Marteau} = -G\frac{M_L \times m}{\underbrace{d^2_{Lune-Marteau}}_{\simeq R_L^2}}\vec{u}$$

$$= -\frac{G M_L m}{R_L^2}\vec{u}$$

2.

$$\vec{F}_{Lune/Marteau} = m \times \vec{g}_L$$

$$= m \times \left(-\frac{G M_L}{R_L^2}\vec{u}\right)$$

$$\simeq m \times \vec{g}_L$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{g}_L = -\frac{G M_L}{R_L^2}\vec{u}}$$

3. Plaçons nous dans le référentiel lunaire (lié au sol de la Lune) qu'on va considérer comme galiléen.

La 2e loi de Newton appliquée au système marteau s'écrit alors :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\Leftrightarrow m\vec{a} = \vec{P}$$

$$\Leftrightarrow m\vec{a} = m\vec{g}_L$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}_L}$$

Problème

La modélisation du pointage nous donne :

$$y(t) = At^2 + Bt + C$$

En dérivant par rapport au temps, on obtient la vitesse verticale $v_y(t)$:

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = 2At + B$$

Et en dérivant à nouveau, on obtient l'accélération verticale $a_y(t)$:

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = 2A$$

Or d'après la qu.3 :

$$\vec{a} = a_y \vec{J} = \vec{g_L}$$

En appelant $\vec{J}$ le vecteur unitaire dans la direction et le sens de l'axe (Oy)

Et d'après la qu.2 :

$$\vec{g_L} = -\frac{GM_L}{R_L^2}\vec{u}$$

Et comme la direction de $\vec{u}$ est approximativement celle de la verticale,

$$\vec{J} = \vec{u}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{GM_L}{R_L^2}\vec{u} = a_y \vec{J} = 2A\vec{J}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{GM_L}{R_L^2} = 2A$$

$$\Leftrightarrow \quad M_L = -\frac{2A\,R_L^2}{G}$$

A.N : $$M_L = \frac{-2\times(-0{,}865)\times(1{,}76\times10^6)^2}{6{,}67\times10^{-11}}$$

$$M_L = 8{,}03 \times 10^{22}\ kg$$

L'écart avec la valeur de $7{,}34 \times 10^{22}$ kg peut être dû à l'imprécision du pointage :

- la visée des points
- la détermination de l'échelle et son calibrage sur la vidéo.

Peut être aussi que la valeur de g_L à l'endroit de l'expérience n'est pas typique.