TSPÉ	JONGLAGE	DS (50’)

L’art du jonglage est la plus ancienne des disciplines de cirque connue ; son origine remonte à l’Égypte ancienne. Le but de cet exercice est d’étudier le mouvement d’une balle lors d’une démonstration filmée.
On étudie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le mouvement d’une balle de jonglage de masse m et de centre de masse C.

Donnée :

- intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$.

La figure 1 est extraite d’une vidéo au cours de laquelle une personne jongle avec plusieurs balles. On suit le mouvement d’une balle.

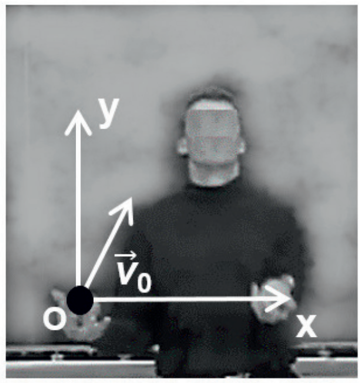

Figure 1. Photographie

Dans cette étude :

- on note (x ; y) les coordonnées de la position de C dans le repère (O ; x ; y) et (v_x ; v_y) celles de sa vitesse ;
- les évolutions temporelles $y(t)$ et $v_y(t)$ sont respectivement représentées sur les figures 2a et 2b qui font apparaître alternativement des phases notées ① et ② ;
- à la date $t = 0$ s la balle, située à l’origine du repère, quitte pour la première fois la main du jongleur avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$;
- lorsque la balle n’est pas en contact avec la main du jongleur, elle est en chute libre. Elle effectue alors un mouvement parabolique en passant d’une main à l’autre, la réception et le lancer se faisant toujours en $y = 0$ m ;
- la référence de l’énergie potentielle de pesanteur est choisie à l’ordonnée $y = 0$ m.

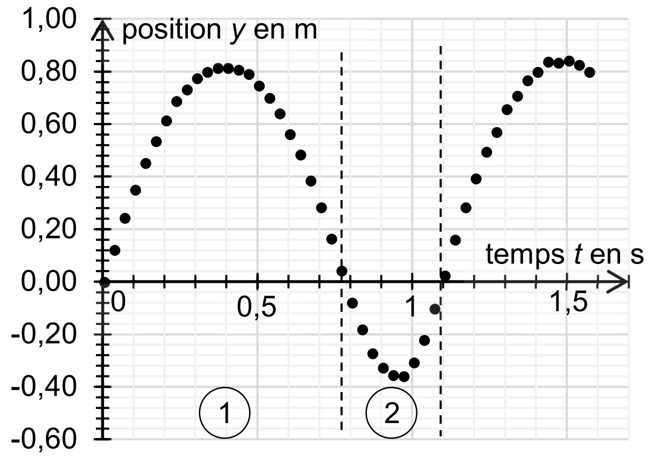

Figure 2a. Courbe représentant $y(t)$

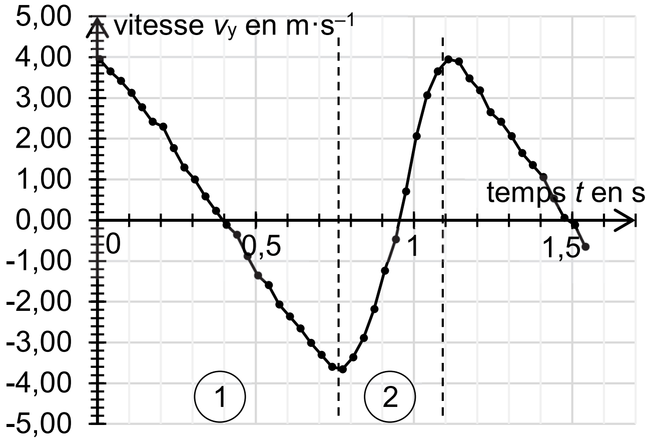

Figure 2b. Courbe représentant $v_y(t)$

Q1. Décrire qualitativement, selon l’axe Oy, le mouvement de la balle lors de la phase ① à l’aide des figures 2a et 2b.

Q2. Interpréter la figure 2a pour décrire le rôle de la main sur le mouvement de la balle lors de la phase ②.

Q3. Justifier à l’aide de la deuxième loi de Newton, dans le cadre du modèle de la chute libre, que la valeur de la composante v_x de la vitesse est constante et égale à la vitesse initiale v_{0x} lorsque la balle n’est plus en contact avec la main du jongleur.

Q4. Exprimer l’énergie mécanique initiale E_{m0} de la balle en fonction de sa masse m et des composantes v_{0x} et v_{0y} de la vitesse initiale dans le référentiel terrestre.

Dans toute la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'à la phase ①.

Q5. À l'aide d'un raisonnement énergétique appliqué lors de la phase ①, établir que l'expression de l'altitude maximale H atteinte par la balle s'écrit :

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

Q6. Déterminer la valeur de H à partir de la relation précédente et d'une lecture graphique de v_{0y} sur la figure 2b. Comparer le résultat à celui obtenu par lecture graphique de la figure 2a.

Q7. Établir l'expression littérale de la coordonnée $v_y(t)$ du vecteur vitesse de la balle lors de la phase ①.

Q8. Évaluer l'intensité de la pesanteur g à l'aide de la figure 2b lors de la phase ①. Commenter.

Q9. Déterminer l'équation horaire $y(t)$ du mouvement du centre de la balle lors de la phase ①.

Q10. On note t_{air} la durée pendant laquelle la balle est en l'air lors de la phase ①. Établir l'expression de t_{air} en fonction de v_{0y} et de g. En déduire que l'expression du temps de vol dans l'air d'une balle s'écrit :

$$t_{air} = \sqrt{\frac{8H}{g}}$$

Q11. Calculer la valeur de t_{air} en utilisant la valeur de H obtenue par lecture graphique de la figure 2a. Commenter.