TP Viscosimètre

ρ_H ? On tare la balance avec l'éprouvette vide.
On remplit l'éprouvette d'un volume V_H d'huile
On pèse l'éprouvette remplie ⇝ m_H

$$\rho_H = \frac{m_H}{V_H} = 970\ kg \cdot m^{-3}$$ (valeur théorique)

ρ_B ? Les billes sont trop petites pour qu'on mesure précisément leur volume par déplacement de liquide.
Par contre, leur rayon est précisément calibré.
⇝ $V_b = \frac{4}{3}\pi r^3$
Leur masse aussi est trop petite pour la balance
⇝ on en pèse plusieurs.
$20\ m_b = 2{,}23\ g$

$$\rho_b = \frac{m_b}{V} = \frac{2{,}23/20 \times 10^{-3}}{4/3 \cdot \pi (1{,}50 \cdot 10^{-3})^3} = 7{,}89 \cdot 10^3\ kg \cdot m^{-3}$$

Vitesse limite de chute de la bille ?

- On cadre l'éprouvette à la webcam de manière à être bien en face (la webcam doit être verticale) pour éviter tout pb de parallaxe

- On ajoute une règle ou un étalon dans le même plan que l'éprouvette par rapport à la webcam.

- On lance la capture et on lâche la bille au centre de l'ouverture de l'éprouvette.

- On effectue le pointage de la position de la bille dans Regressi.

- On crée la grandeur dérivée de la position et on modélise par une constante la partie adéquate de la courbe.

Théorie

1. D'après les données :

$$\underbrace{\vec{f}}_{N} = -\underbrace{\alpha}_{m}\,\eta_h\,\underbrace{v}_{m.s^{-1}}\,\vec{i}$$

$$\Rightarrow N = m \times [\eta_h] \times m.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{[\eta_h] = N.m^{-2}.s}$$

2. $$\|\vec{f}\| = f = \underbrace{\alpha}_{cst}\,\underbrace{\eta_h}_{cst}\,v$$

$$\Rightarrow \boxed{f \nearrow \text{ quand } v \nearrow}$$

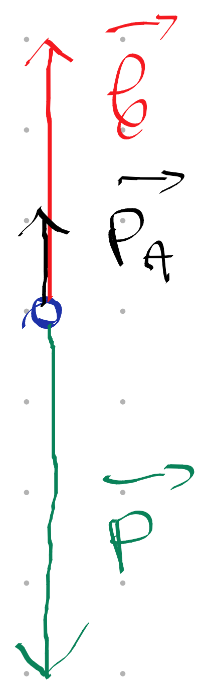
3. Lorsque la vitesse limite est atteinte, la bille est en MRU

⇒ d'après la 2e loi de Newton,

$$\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0}}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{P_A} + \vec{f} = \vec{0}$$

$$\underbrace{+\, mg\vec{k}}_{\text{vers le bas}} + \underbrace{\left(-\rho_H V_b\, g\, \vec{k}\right) + \left(-\alpha\, \eta\, v_{lim}\, \vec{k}\right)}_{\text{vers le haut}} = \vec{0} \quad (*)$$



Rq : l'addition du vecteur noir et du vecteur rouge doit valoir − le vecteur vert !

4. On reprend $(*)$:

$$\underbrace{m}_{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_b}\, g - \rho_H \underbrace{V_b}_{\frac{4}{3}\pi r^3}\, g - \alpha\, \eta_h\, v_{lim} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha\, \eta_h\, v_{lim} = \frac{4}{3}\pi r^3 g \times \left(\rho_b - \rho_h\right)}$$

5. $$\eta_h = \frac{4\pi r^3 g(\rho_b - \rho_h)}{\alpha\, v_{lim}}$$

valeur de référence :

$$\eta_{h\,ref} = 350 \times \rho_h \times 10^{-6}$$
$$= 0{,}340\ N.m^{-2}.s$$

Résultats :

η en $N.m^{-2}.s$				
	0,3618	0,3601	0,3414	0,3603
	0,3680	0,3972	0,3232	0,3642

$$\bar{\eta} = 0{,}3595\ N.m^{-2}.s$$

$$u(\bar{\eta}) = 8.10^{-3}\ N.m^{-2}.s$$

$$\Rightarrow \quad \eta = 0{,}360 \pm 0{,}008\ N.m^{-2}.s$$

6- $$z = \frac{|\eta - \eta_{ref}|}{u(\bar{\eta})} \simeq 2{,}5$$

La valeur expérimentale n'est donc pas compatible avec la valeur de référence.

On peut supposer la présence d'une erreur systématique qui ferait surestimer la viscosité.

hypothèse : la valeur de α donnée correspond à un lâcher de bille bien au centre de l'éprouvette. Tout décentrage de la chute entraîne un frottement plus grand car le fluide « colle » aux bords.

Csq : tout lâcher non centré amène une sous estimation des frottements et donc une v_{lim} plus grande que prévue.

L'erreur de centrage amènera bien toujours à surestimer η => il s'agit bien d'une erreur systématique.

7. D'après la 2e loi de Newton :

$$m\, a\, \vec{e_z} = m g \vec{e_z} - \rho_h V_b g \vec{e_z} - \alpha \eta_h v \vec{e_z}$$

$$\Rightarrow a = g\left(1 - \frac{\rho_h V_b}{m}\right) - \frac{\alpha \eta_h v}{m}$$

8. $$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_h V_b}{\rho_b V_b}\right) - \frac{\alpha \eta_h}{4/3 \pi r^3 \times \rho_b} v$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{3 \alpha \eta_h}{4 \rho_b \pi r^3} v = g\left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b}\right)$$

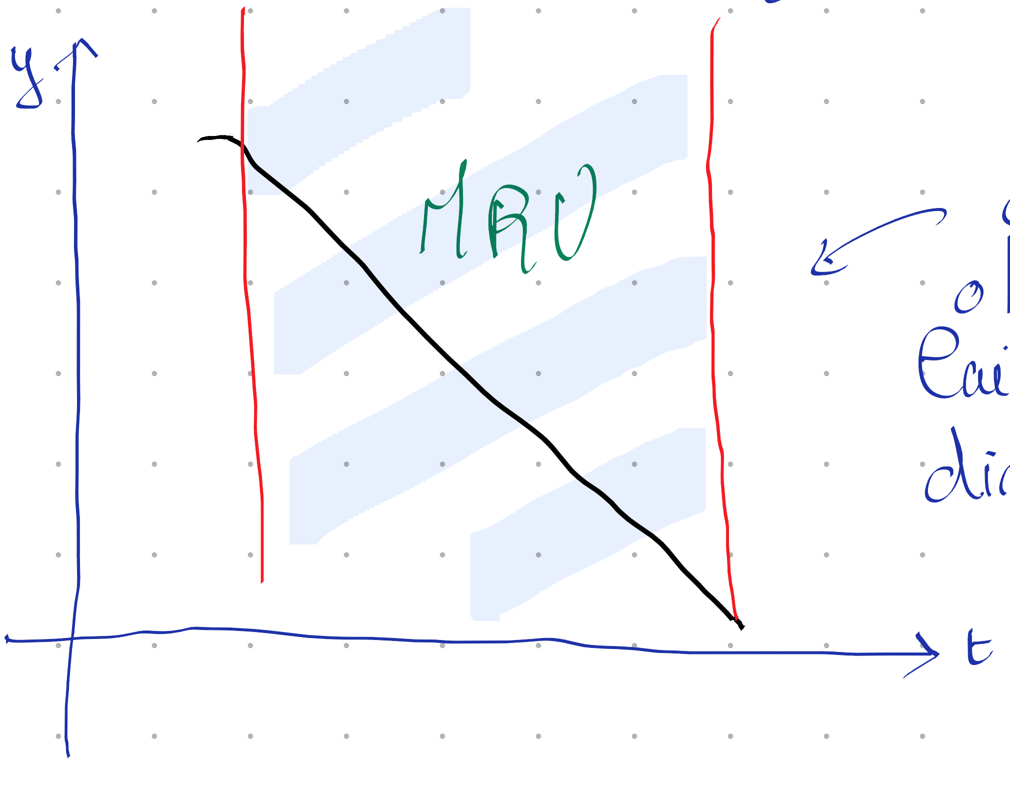
1/2

9. On constate sur l'appliquette que quel que soit τ, v est très proche de v_{lim} au bout d'environ 5τ.

Or ici, $\tau = \dfrac{4 \rho_b \pi r^3}{3 \alpha \eta_h} \simeq 8{,}6 \cdot 10^{-3}\,s$

Donc $5\tau \simeq 40\,ms \ll$ durée de la chute (entre 2 et 3 s)

$\Rightarrow$ la quasi intégralité de la chute se fait en mouvement rectiligne uniforme (ce que confirme les pointages).



courbe typique obtenue (si on a laissé un axe vertical dirigé vers le haut dans Regressi)