Skate

Partie A

Q.1. Le skateboarder est initialement immobile, donc son énergie cinétique est initialement nulle $\Rightarrow$ cela correspond à la courbe c.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie mécanique et de l'énergie potentielle $\Rightarrow$ elle correspond à la courbe a (qui est bien la somme de b et c.

La courbe b correspond bien à l'énergie potentielle puisqu'elle décroît jusqu'à devenir nulle en B, à l'origine de l'axe z des hauteurs.

Q.2. E_3 est l'énergie mécanique du système. Elle diminue du fait du travail de forces non conservatives (les frottements).

Q.3. On lit dans le code Python que la dernière énergie cinétique enregistrée (énergie au point B) vaut $E_{cB} = 540,5$ J.

Or $E_{cB} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2E_{cB}}{m}}}$$

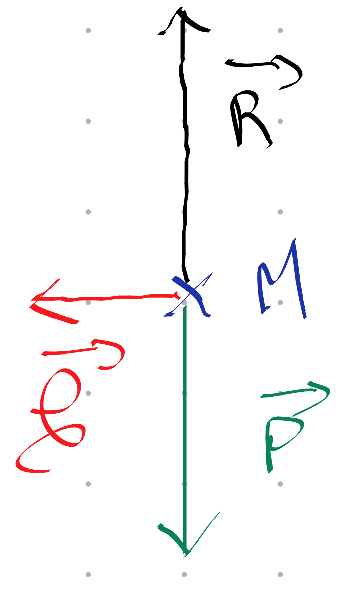
$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 560,5}{75,0}}$$

$$v_B = 3,80 \text{ m.s}^{-1}$$

Partie B

Q.4. – le poids $\vec{P}$
– la réaction normale au plan $\vec{R}$
– la force de frottement $\vec{f}$.

Le mouvement étant horizontal, $\vec{R}$ compense $\vec{P}$.



Q.5. Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique entre B et C vaut la somme des travaux des forces sur le parcours BC.

$$\Delta Ec = Ec_C - Ec_B = \sum W_{BC}(\vec{F})$$

Le poids et la réaction normale du support ne travaillent pas car elles sont orthogonales au déplacement.

Reste la force de frottement dont le travail résistant s'écrit :

$$\boxed{W_{BC}(\vec{f})} = \vec{f} \cdot \vec{BC}$$

$$= f \times BC \times \cos(\vec{f}, \vec{BC})$$

$$= f \times BC \times \cos(180°)$$

$$= \boxed{-f \times BC}$$

Rq : on peut écrire directement $W_{BC}(\vec{f}) = -f \times BC$ en justifiant que la force est colinéaire au déplacement et lui est opposée.

Finalement, on a :

$$\underbrace{\cancel{\frac{1}{2} m v_C^2}}_{\text{arrêt}} - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f \times BC$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f \times BC$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} m v_B^2 = f \times BC}$$

Q.6. On nous donne $\mu_c = \frac{f}{R}$

Or $R = mg \Rightarrow \mu_c = \frac{f}{mg} \Leftrightarrow f = \mu_c mg$

En remplaçant dans la relation de la Q.5 :

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \mu_c m g BC$$

$$\Leftrightarrow \quad BC = \frac{\cancel{m} v_B^2}{2\mu_c \cancel{m} g}$$

$$\boxed{BC = \frac{v_B^2}{2\mu_c g}}$$

Q.7. A.N : $BC = \dfrac{3{,}8^2}{2 \times 0{,}040 \times 9{,}81}$

$$\boxed{BC = 18 \text{ m}}$$

Q.8. On nous dit que plus les roues sont "dures", plus les frottements sont faibles, donc si on change les roues pour des roues moins dures, les frottements seront plus grands. Donc μ_c sera plus grand et finalement la distance parcourue BC sera plus faible.

Partie C

Q.9. 2e loi de Newton :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

On obtient la vitesse en primitivant (car $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$)

$$\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = C_2 \\ v_z(t) = -gt + C_3 \end{cases}$$

On obtient les constantes C_1, C_2 et C_3 grâce aux conditions initiales :

$$\vec{v}(t=0) = \vec{v_D} \begin{pmatrix} v_D \cos\beta \\ 0 \\ v_D \sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_{Dx} = v_D \cos\beta \\ v_y(t) = v_{Dy} = 0 \\ v_z(t) = -gt + v_{Dz} = -gt + v_D \sin\beta \end{cases}$$

Enfin, comme $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$, on obtient les coordonnées du vecteur position en primitivant à nouveau :

$$\begin{cases} x(t) = v_D \cos\beta \times t + C'_1 \\ y(t) = C'_2 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D \sin\beta \times t + C'_2 \end{cases}$$

Et on obtient les constantes d'intégration grâce à la position initiale :

$$\vec{OG}(t=0) = \vec{OG_0} \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_D \cos\beta \times t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_D \sin\beta \times t + z_0 \end{cases}$$

Q.10. $x(t) = v_D \cos\beta \times t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D \cos\beta}$

Et on remplace dans $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_D^2 \cos\beta^2} x^2 + \frac{v_D \sin\beta}{v_D \cos\beta} x + z_0$$

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_D^2 \cos\beta^2} x^2 + \tan\beta\, x + z_0$$

Q.11 Résolvons pour x l'équation $z(x) = z_0$

$\Rightarrow -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x + 0{,}80 = 0{,}80$

$\Rightarrow -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x = 0$

$\Rightarrow x \times (-0{,}894\, x + 1{,}22) = 0$

2 solutions : $\begin{cases} \bullet\ x = 0 \text{ m} \\ \bullet\ x = \frac{1{,}22}{0{,}894} = 1{,}36 \text{ m} \end{cases}$

Rq : * Savoir résoudre rapidement à la calculette dans le cas général où x n'est pas factorisable

La 1ère solution correspond au départ du saut et la 2e à son arrivée (la valeur cherchée).

$\Rightarrow$ $x = 1{,}36$ m

Q.12. $\ell + L = 1{,}7$ m $> x$ donc non, le skateboarder ne franchit pas l'obstacle.

* – Numworks https://www.edupuy.fr/drouant/calculatrice/numworks/equations.pdf

– Casio https://www.casio-education.fr/contenus/resolution-dequations/

– Ti https://www.youtube.com/watch?v=ncUUcQuVeGY

Préciser alors que c'est la calculette qui nous a fourni les solutions.