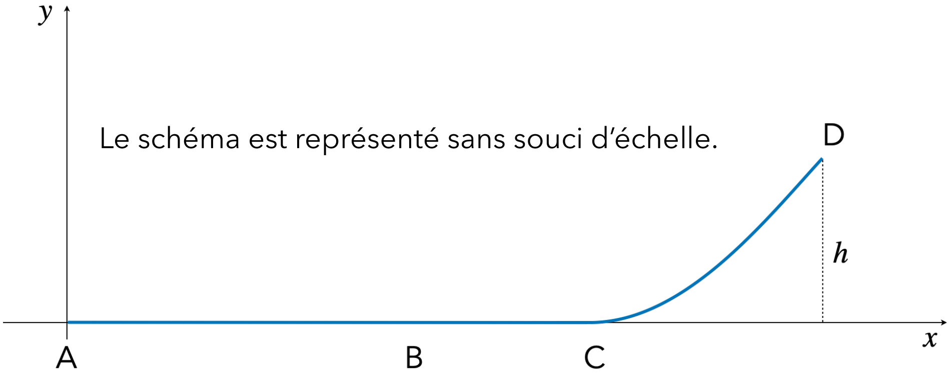
1SPÉ	MONTAGNES RUSSES	Activité

Le Blue Fire Megacoaster est une attraction de type montagnes russes située dans un parc d'attraction. Elle détient le record du plus haut looping d'Europe sur des montagnes russes lancées.

Dans cette attraction le train est lancé, c'est-à-dire qu'un moteur linéaire lui procure l'énergie cinétique nécessaire pour parcourir l'ensemble de l'attraction avant la première bosse.

L'objectif de cet exercice est de vérifier la cohérence de certaines informations fournies par le constructeur de l'attraction et notamment d'apporter un regard critique sur la précision des données fournies.

<u>Quelques informations</u> :
La trajectoire que parcourt le train jusqu'au sommet de la première montée est la suivante :



Le train est initialement immobilisé au point A avec la vitesse initiale $v_0 = 0$ m.s^{-1}. Grâce à un moteur linéaire électrique il est accéléré, sur une piste horizontale, par une force constante entre les points A et B pendant une durée $\Delta t = 2,5$ s pour atteindre sa vitesse maximale v_{max} au point B. À partir du point C, il parcourt la première montée pour atteindre son sommet au point D à une hauteur $h = 38$ m au-dessus de la piste de lancement.

On considère, en première approximation, que les frottements sont négligeables.

Quelques caractéristiques de l'attraction :

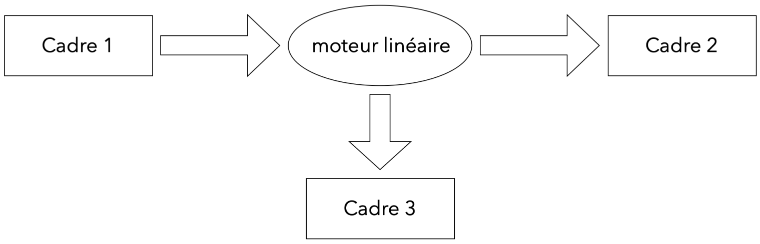
Masse du train	$m = 10$ t
Puissance du moteur linéaire	$P = 1,5$ MW
Durée de lancement	$\Delta t = 2,5$ s
Vitesse maximale	$v_{max} = 100$ km.h^{-1}
Hauteur maximale de l'attraction (par rapport à la piste de lancement)	$h_{max} = 38$ m

<u>Données</u> :

- intensité du champ de pesanteur terrestre : g = 9,81 m·s^{-2} ;
- le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est choisi pour l'altitude $y = 0$: $E_{pp}(A) = 0$ J.

1. Étude de la chaîne énergétique

1.1. La chaîne énergétique suivante permet de schématiser la conversion d'énergie lors du lancement du train :



Sans recopier la chaîne énergétique ci-dessus, donner la forme d'énergie à faire apparaître dans chaque cadre numéroté de 1 à 3.
Pour cela, indiquer sur la copie le numéro du cadre et lui associer une forme d'énergie.

1.2. Montrer que l'énergie cinétique du train E_{train} à la fin de la phase de lancement vaut $E_{\text{train}} = 3{,}9$ MJ.

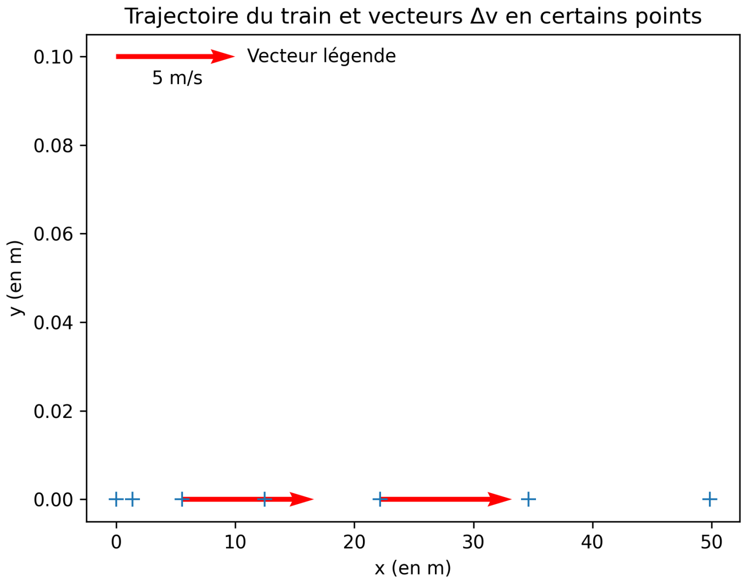
1.3. Le rendement du moteur linéaire étant donné par la relation $\eta = \frac{E_{\text{train}}}{E_{\text{électrique}}}$ où $E_{\text{électrique}}$ est l'énergie électrique fournie au moteur linéaire, déterminer la valeur du rendement η.
Commenter la valeur obtenue en apportant un regard critique sur les données fournies par le constructeur.

2. Simulation de la propulsion du train

Afin d'illustrer la phase de lancement, le programme suivant écrit en langage Python (lien notebook) permet de simuler la trajectoire du train ainsi que de tracer les vecteurs variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v}$ en quelques points de cette trajectoire sur une durée Δt. Le modèle utilisé formule l'hypothèse d'un mouvement à accélération constante.

```python
# Modélisation de la trajectoire d'un train de parc d'attraction lors de son lancement
# Importation de librairie
import matplotlib.pyplot as plt

# Déclaration des listes de coordonnées
x, v_x, Dv_x = [], [], []
y = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

# Durée entre chaque point de la trajectoire
Dt = 0.5

# Calcul des coordonnées des points par modélisation
for k in range(0, 7):
    t = k * Dt
    x.append(5.54 * t**2)

# Représentation des points de la trajectoire
plt.plot(x, y, '+', markersize=8)

# Calcul des coordonnées des vecteurs vitesse et vecteurs variation de vitesse en chaque point
for k in range(0, 6):
    v_x.append(...)
for k in range(0, 5):
    Dv_x.append(v_x[k+1] - v_x[k])

# Tracé des vecteurs variation de vitesse aux points M2 et M4
facteur = 2  # Facteur d'échelle des vecteurs
plt.quiver(x[2], y[2], Dv_x[2]*facteur, 0, color="red", scale=1, scale_units='xy')
plt.quiver(x[4], y[4], Dv_x[4]*facteur, 0, color="red", scale=1, scale_units='xy')
# Tracé d'un vecteur légende pour les vecteurs variation de vitesse
plt.quiver(0, 0.1, 5*facteur, 0, color="red", scale=1, scale_units='xy')
plt.text(11, 0.1, 'Vecteur légende', fontsize=10, verticalalignment='center')
plt.text(3, 0.095, '5 m/s', fontsize=10, verticalalignment='center')

# Configurer l'aspect du graphique
plt.xlabel("x (en m)")
plt.ylabel("y (en m)")
plt.title("Trajectoire du train et vecteurs Δv en certains points")
```

La fenêtre suivante présente le résultat obtenu :



2.1. Compléter la ligne 22 du programme de simulation en modifiant la partie entre parenthèses `(...)` afin de calculer les coordonnées `v_x[k]` des vecteurs vitesses aux différents points de la trajectoire.

2.2. Déterminer graphiquement les valeurs Δv_2 et Δv_4 des normes des vecteurs $\overrightarrow{\Delta v}$ aux points M_2 et M_4.

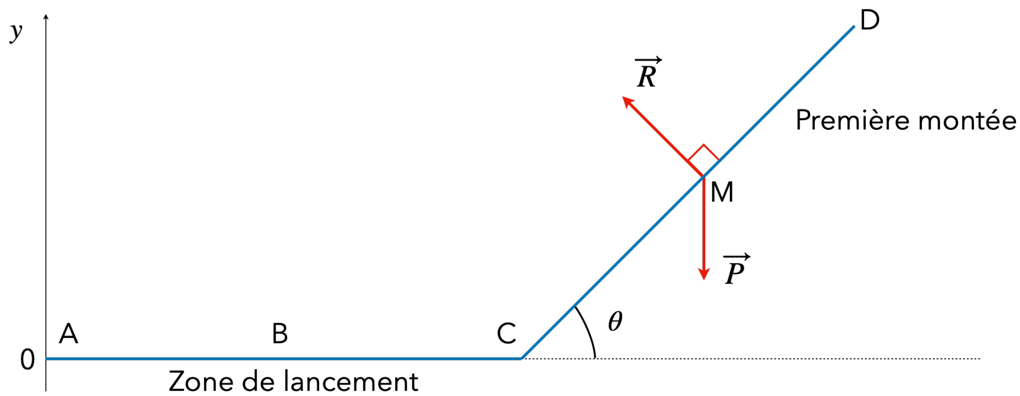
2.3. Expliquer comment semble évoluer le vecteur $\overrightarrow{\Delta v}$ au cours de la phase de lancement du train.

2.4. Donner la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v}$ du train et la somme des forces extérieures $\sum \overrightarrow{F}_{ext}$ qui s'appliquent sur celui-ci.

2.5. En déduire les caractéristiques du vecteur $\sum \overrightarrow{F}_{ext}$.

3. Étude du train lors de la première ascension

Une modélisation simplifiée de la trajectoire du train, considéré comme un point matériel M, entre les points A et D peut être donnée par le schéma suivant, représenté sans souci d'échelle.



On considère la première montée CD comme rectiligne et faisant un angle $\theta = 45°$ avec l'horizontale.
Le poids est une force conservative.

3.1. Exprimer le travail $W_{CD}(\overrightarrow{P})$ du poids sur le trajet CD en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et de $\overrightarrow{P}$ puis montrer que $W_{CD}(\overrightarrow{P}) = m \cdot g \cdot (y_C - y_D)$.

3.2. Donner la valeur du travail $W_{CD}(\overrightarrow{R})$ de la force de réaction des rails lors de la première montée. Justifier.

3.3. Établir l'expression de l'altitude maximale h_{max} que pourrait atteindre le train en l'absence de frottements puis calculer sa valeur. Commenter.